

Gangschaltung (0149)

Kräfte- und Drehmomentgleichgewicht

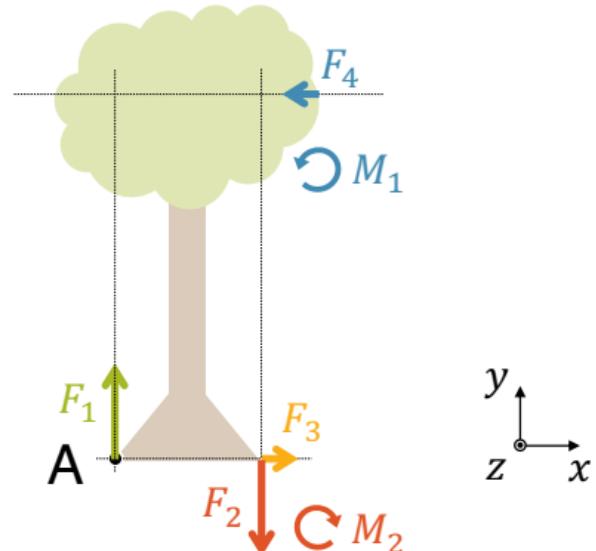
Kräftegleichgewicht:

$$x: F_{res,x} = F_3 - F_4 = 0 \quad (F_{res,x} = 0)$$

$$y: F_{res,y} = F_1 - F_2 = 0 \quad (F_{res,y} = 0)$$

Drehmomentgleichgewicht:

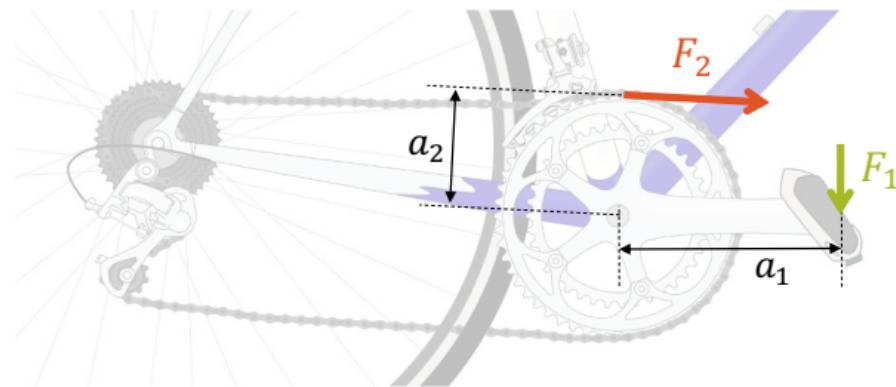
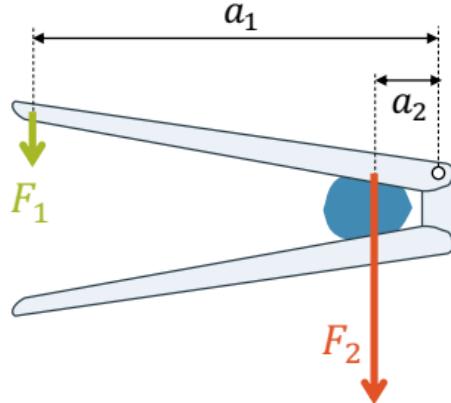
$$z: M_{res,z} = M_1 - M_2 = 0 \quad (M_{res} = 0)$$



Wenn ein System im Kräftegleichgewicht ($F_{res} = 0$) und im Drehmomentgleichgewicht ($M_{res} = 0$) ist, wird es nicht beschleunigt und steht in Ruhe.

In der **Statik** verlangen wir immer **Kräfte- und Drehmomentgleichgewicht**.

Kraftwandler



Ein **Kraftwandler** wandelt eine grosse Kraft in eine kleine Kraft um (oder umgekehrt). Anwendungen: **Hebel** und **Getriebe**

Gemäss der **Goldenen Regel der Mechanik** legt die kleine Kraft einen entsprechend grösseren Weg zurück.

Kraftwandler geben im idealen Fall gleich viel **Arbeit** ab, wie sie aufnehmen.

Newton's Zweites Gesetz



$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

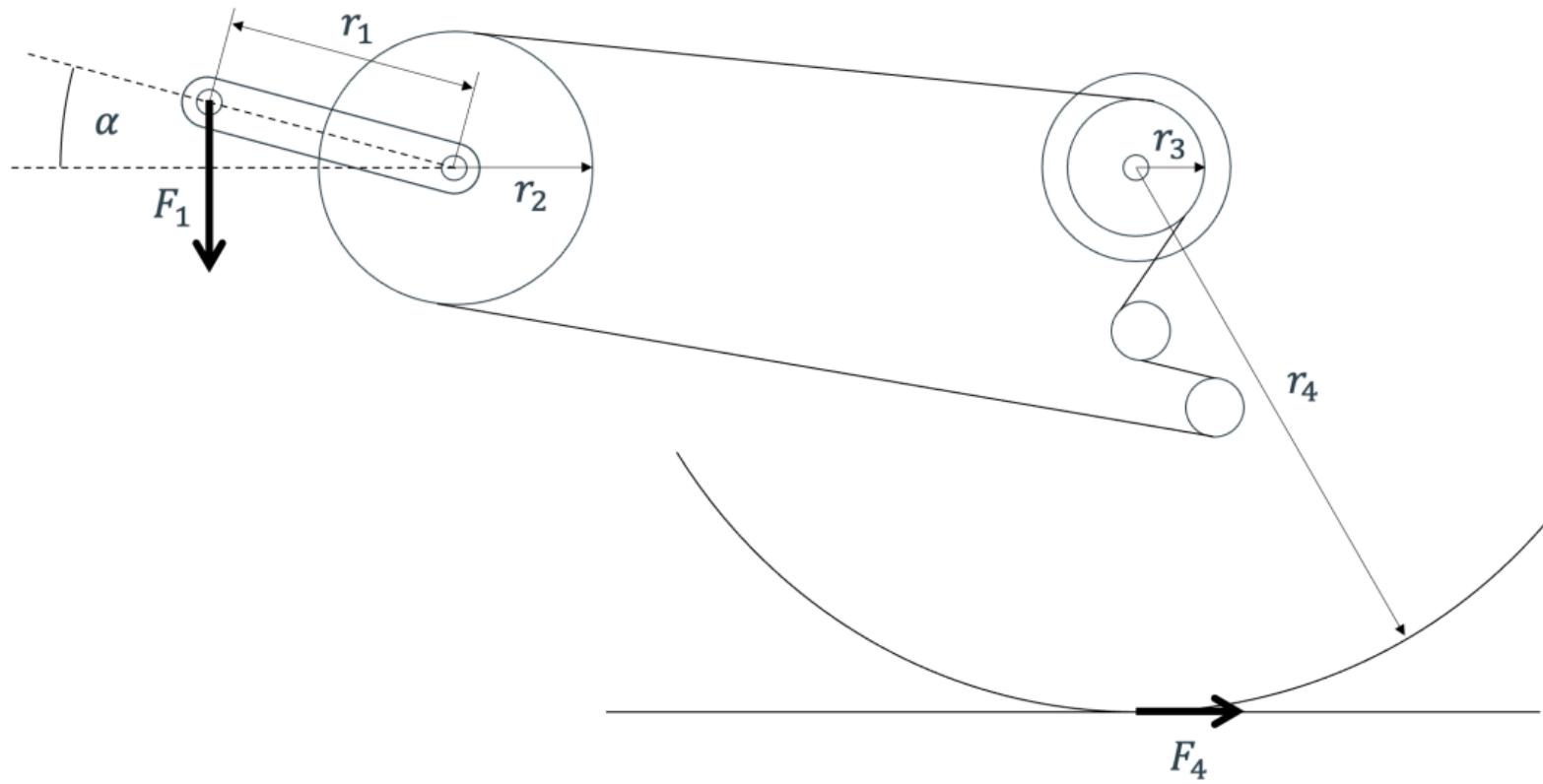


Eine kleine Masse kann schon bei geringer Kraft beschleunigt werden

Eine grosse Masse beschleunigt selbst bei grosser Kraft nur wenig

Der **Betrag** der Kraft bestimmt die Beschleunigung einer Masse.
bzw. Masse und Beschleunigung bestimmen die benötigte Kraft.

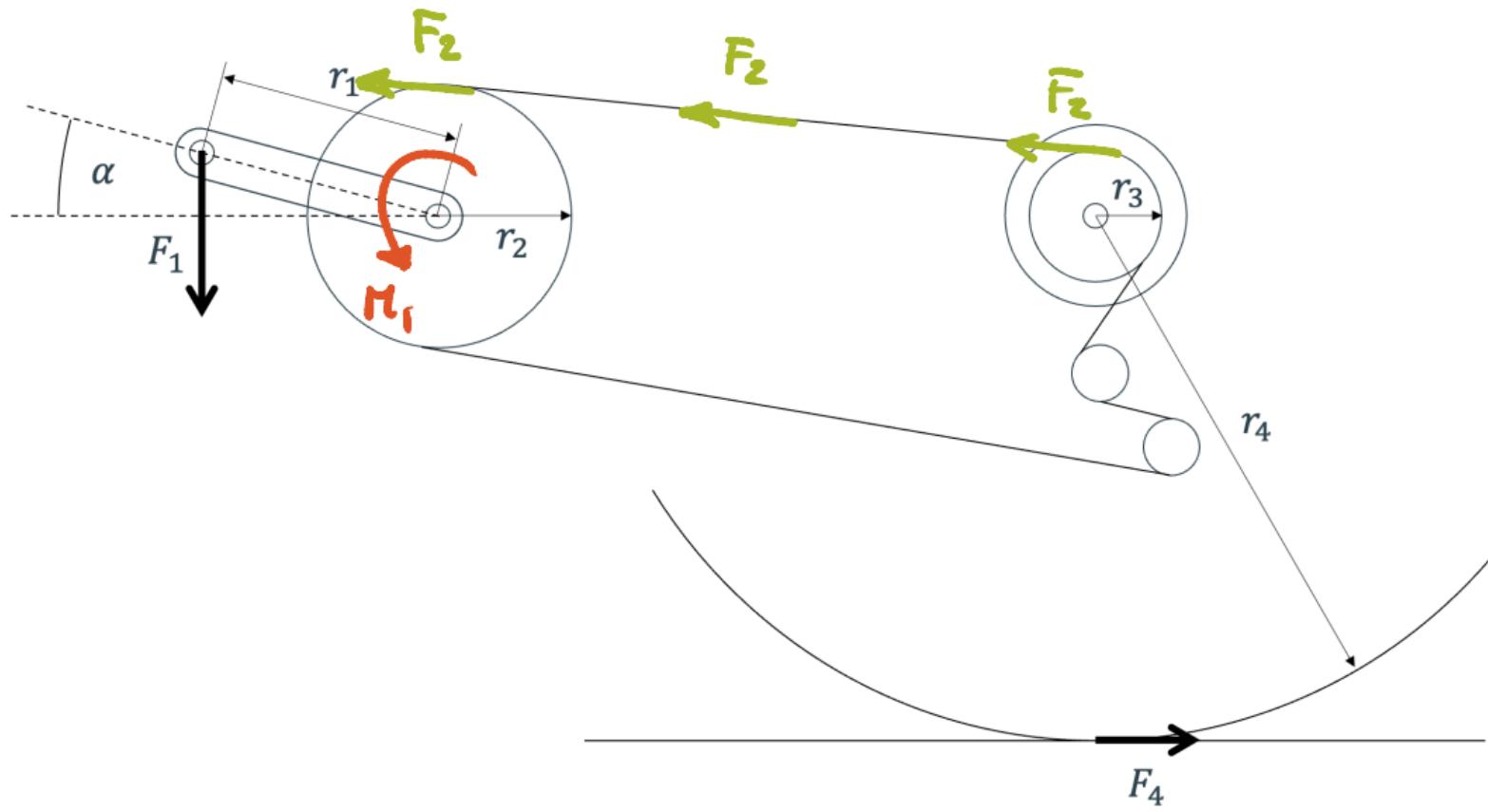
Die Beschleunigung hat die gleiche **Richtung** wie die Kraft



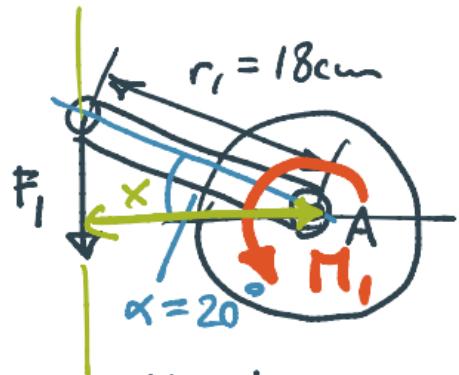
Aufgabe: Oben ist gezeigt, wie die Pedalenkraft $F_1 = 400 \text{ N}$ über die Kurbel (vorderer Kranz), via Kette auf die Kassette (hinterer Kranz) und so auf das Hinterrad übertragen wird. Um die Rechnung zu vereinfachen wird Reibungsfreiheit angenommen.

Es gelten die folgenden Masse: $r_1 = 18 \text{ cm}$, $r_2 = 8 \text{ cm}$, $r_3 = 4 \text{ cm}$, $r_4 = 34 \text{ cm}$ und $\alpha = 20^\circ$

- Berechne das Drehmoment M_1 , das von der Pedalenkraft an der Kurbel erzeugt wird.
- Berechne die Kraft F_2 , die die Kette zu übertragen hat und zeichne sie oben ein, wie sie an der Kassette wirkt.
- Berechne die Kraft F_4 , die vom Hinterrad auf den Boden wirkt.
- Welche Beschleunigung kann mit der Pedalenkraft F_1 erreicht werden, wenn die Gesamtmasse von Fahrrad und Fahrer 70 kg beträgt?
- Wie viel beträgt die Beschleunigung wenn die Gangschaltung die Kette auf den hinteren Kranz mit $r'_3 = 6 \text{ cm}$ gewechselt hat?

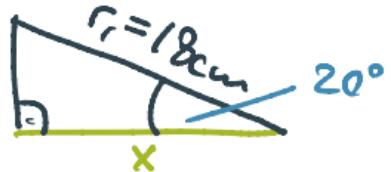


a)



$$F_r = 400 \text{ N}$$

$$M_r = ?$$



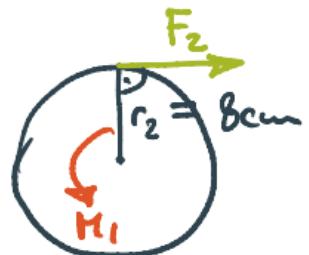
$$\frac{x}{0.18 \text{ m}} = \cos(20^\circ)$$

$$x = 0.18 \text{ m} \cdot \cos(20^\circ) = 0.169 \text{ m}$$

$$M_r = x \cdot F_r = 0.169 \text{ m} \cdot 400 \text{ N}$$

$$\underline{M_r = 67.7 \text{ Nm}}$$

b)

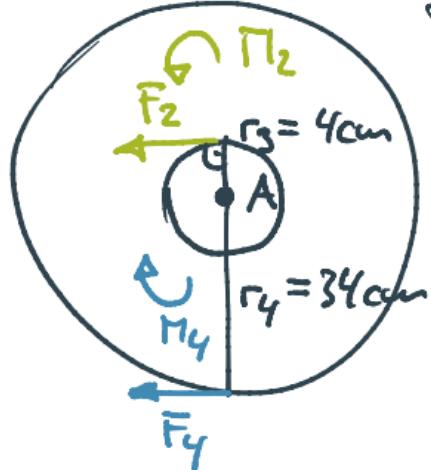


Drehmomentgleichgewicht

$$M_1 = r_2 F_2 \quad | : r_2$$

$$F_2 = \frac{M_1}{r_2} = \frac{67.7 \text{ Nm}}{0.08 \text{ m}} = 846.25 \text{ N}$$

c)



Drehmomentgleichgewicht:

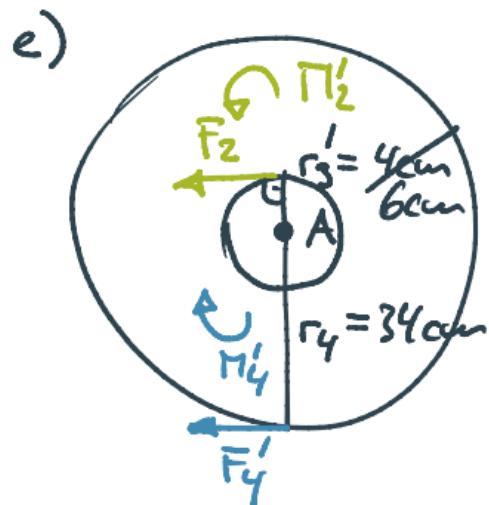
$$M_2 = M_4$$

$$r_3 F_2 = r_4 F_4 \quad | : r_4$$

$$F_4 = \frac{r_3 F_2}{r_4} = \frac{4 \text{ cm} \cdot 846.25 \text{ N}}{34 \text{ cm}} = 99.6 \text{ N}$$

100 N

$$d) \quad \bar{F} = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{100 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = \underline{1.43 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$



$$M_2' = r_3' \cdot F_2' = 0.06 \text{ m} \cdot 846.25 \text{ N} = 50.8 \text{ Nm}$$

$$M_2' = M_4'$$

$$\Rightarrow M_4' = 50.8 \text{ Nm}$$

$$r_4 \cdot F_4' \rightarrow F_4' = \frac{50.8 \text{ Nm}}{0.34 \text{ m}} = 149.3 \text{ N}$$

$\times 150 \text{ N}$

$$\Rightarrow a = \frac{F'}{m} = \frac{150 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = \underline{2.14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$