

# **Gangschaltung (0149)**

# Kräfte- und Drehmomentgleichgewicht

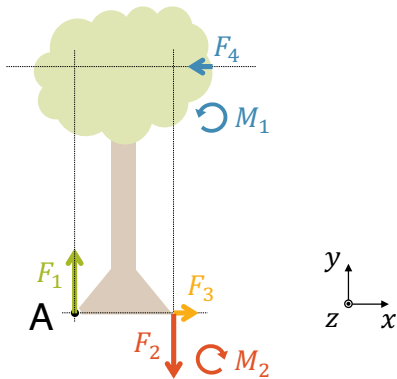
Kräftegleichgewicht:

$$x: F_{res,x} = F_3 - F_4 = 0 \quad (F_{res,x} = 0)$$

$$y: F_{res,y} = F_1 - F_2 = 0 \quad (F_{res,y} = 0)$$

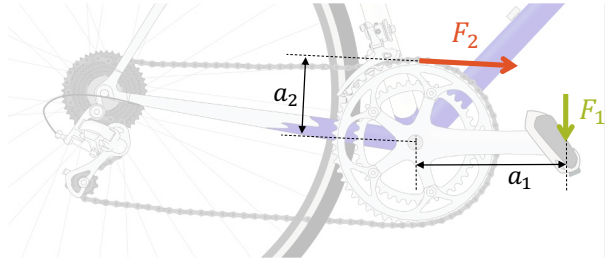
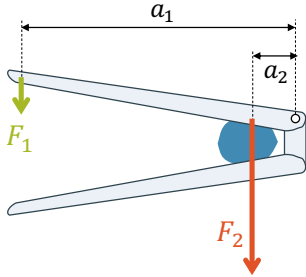
Drehmomentgleichgewicht:

$$z: M_{res,z} = M_1 - M_2 = 0 \quad (M_{res} = 0)$$



Wenn ein System im Kräftegleichgewicht ( $F_{res} = 0$ ) und im Drehmomentgleichgewicht ( $M_{res} = 0$ ) ist, wird es nicht beschleunigt und steht in Ruhe. In der **Statik** verlangen wir immer **Kräfte- und Drehmomentgleichgewicht**.

# Kraftwandler



Ein **Kraftwandler** wandelt eine grosse Kraft in eine kleine Kraft um (oder umgekehrt). Anwendungen: **Hebel** und **Getriebe**

Gemäss der **Goldenen Regel der Mechanik** legt die kleine Kraft einen entsprechend grösseren Weg zurück.

Kraftwandler geben im idealen Fall gleich viel **Arbeit** ab, wie sie aufnehmen.

# Newtons Zweites Gesetz



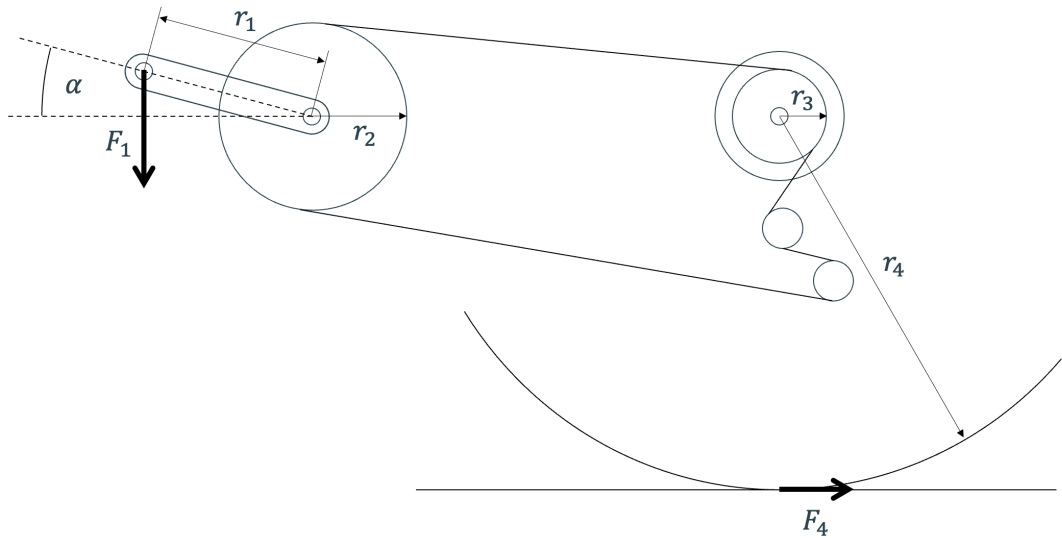
Eine kleine Masse kann schon bei geringer Kraft beschleunigt werden

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$



Eine grosse Masse beschleunigt selbst bei grosser Kraft nur wenig

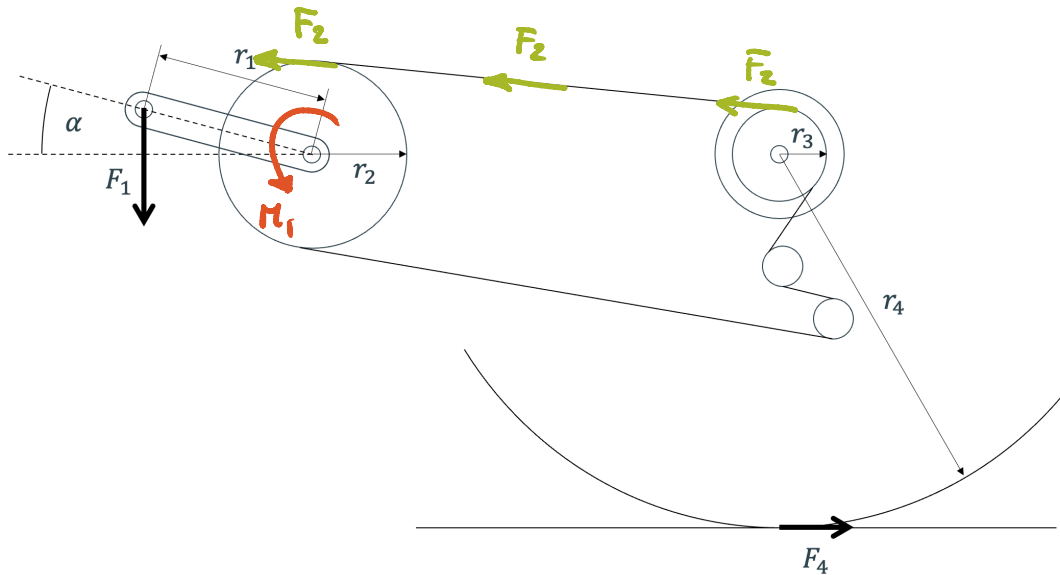
Der **Betrag** der Kraft bestimmt die Beschleunigung einer Masse.  
bzw. Masse und Beschleunigung bestimmen die benötigte Kraft.  
Die Beschleunigung hat die gleiche **Richtung** wie die Kraft



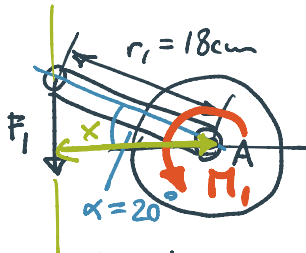
**Aufgabe:** Oben ist gezeigt, wie die Pedalkraft  $F_1 = 400 \text{ N}$  über die Kurbel (vorderer Kranz), via Kette auf die Kassette (hinterer Kranz) und so auf das Hinterrad übertragen wird. Um die Rechnung zu vereinfachen wird Reibungsfreiheit angenommen.

Es gelten die folgenden Masse:  $r_1 = 18 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 8 \text{ cm}$ ,  $r_3 = 4 \text{ cm}$ ,  $r_4 = 34 \text{ cm}$  und  $\alpha = 20^\circ$

- a) Berechne das Drehmoment  $M_1$ , das von der Pedalkraft an der Kurbel erzeugt wird.
- b) Berechne die Kraft  $F_2$ , die die Kette zu übertragen hat und zeichne sie oben ein, wie sie an der Kassette wirkt.
- c) Berechne die Kraft  $F_4$ , die vom Hinterrad auf den Boden wirkt.
- d) Welche Beschleunigung kann mit der Pedalkraft  $F_1$  erreicht werden, wenn die Gesamtmasse von Fahrrad und Fahrer  $70 \text{ kg}$  beträgt?
- e) Wie viel beträgt die Beschleunigung wenn die Gangschaltung die Kette auf den hinteren Kranz mit  $r'_3 = 6 \text{ cm}$  gewechselt hat?

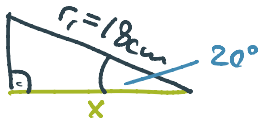


a)



$$F_1 = 400\text{ N}$$

$$M_1 = ?$$



$$\frac{x}{0.18\text{ m}} = \cos(20^\circ)$$

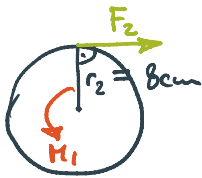
$$x = 0.18\text{ m} \cdot \cos(20^\circ) = 0.169\text{ m}$$

$$M_1 = x \cdot F_1 = 0.169\text{ m} \cdot 400\text{ N}$$

$$M_1 = 67.7\text{ Nm}$$



b)

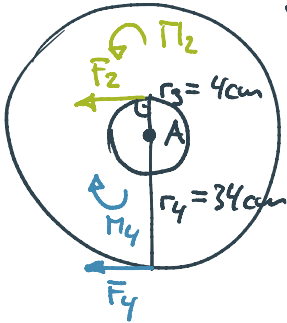


Drehmomentgleichgewicht

$$M_1 = r_2 F_2 \quad | : r_2$$

$$F_2 = \frac{M_1}{r_2} = \frac{67.7 \text{ Nm}}{0.08 \text{ m}} = \underline{\underline{846.25 \text{ N}}}$$

c)



Drehmomentgleichgewicht:

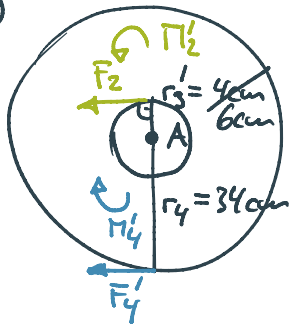
$$M_2 = M_4$$

$$r_3 F_2 = r_4 F_4 \quad | : r_4$$

$$F_4 = \frac{r_3 F_2}{r_4} = \frac{4 \text{ cm} \cdot 846.25 \text{ N}}{34 \text{ cm}} = 99.6 \text{ N} \approx \underline{\underline{100 \text{ N}}}$$

$$d) \quad \vec{F} = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{100 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = \underline{1.43 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

e)



$$M'_2 = r'_3 \cdot F_2 = 0.06 \text{ m} \cdot 846.25 \text{ N} = 50.8 \text{ Nm}$$

$$M'_2 = M'_4$$

$$\Rightarrow M'_4 = 50.8 \text{ Nm}$$

$$r_4 \cdot F'_4 \rightarrow F'_4 = \frac{50.8 \text{ Nm}}{0.34 \text{ m}} = 149.3 \text{ N} \approx \underline{150 \text{ N}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F'}{m} = \frac{150 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = \underline{2.14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$